

# Tentti: Geodesian yleiskurssi 27.04.2002

## Funktiolaskin

### 1. Peruskäsitteet

- (a) Millä tavalla voidaan määrittää alueellinen datum (ED50, NAD)?
- (b) Mikä on geosentrisyys?
- (c) Selosta Mercator, UTM, Gauß-Krüger.

### 2. (a) Suorita seuraava teodoliitin suuntahavaintojen *asematasoitus*:

	Tähys	Kulmamuuunnos	Jäännösvirheet	
			$v'$	$v$
Sarja 1	A	0.00 00	?	?
	B	77.48 20	?	?
	C	119.14 90	?	?
Sarjan summa, keskiarvo:			?	?
Sarja 2	A	0.00 00	?	?
	B	77.48 14	?	?
	C	119.14 78	?	?
Sarjan summa, keskiarvo:			?	?
Sarjakeskiarvo:	A	?		
	B	?		
	C	?		

- (b) Laske yhden suuntahavainnon keskivirheen sekä yhden suunnan sarjakeskivirheen estimaatiot.

### 3. Kaksiulotteisen HELMERT-muunnoksen kaava on

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = (1 + m) \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} t_x \\ t_y \end{bmatrix},$$

missä heittomerkki ' viittää muunnettuun koordinaattijärjestelmään.

Annettuna pisteiden 1 ja 2 koordinaatit sekä alkuperäisessä että muunnetussa järjestelmässä:

$$\begin{aligned} x_1 &= 0 \text{ m}, & y_1 &= 0 \text{ m} \\ x'_1 &= 0 \text{ m}, & y'_1 &= 0 \text{ m} \\ x_2 &= 100 \text{ m}, & y_2 &= 100 \text{ m} \\ x'_2 &= 101 \text{ m}, & y'_2 &= 100 \text{ m} \end{aligned}$$

- (a) Laske muunnoksen mittakaavavääristymä  $m$  ja kiertokulma  $\alpha$ .
- (b) Laske siirrot eli *translaatiot*  $t_x, t_y$ .
- (c) Annettuna, että kahden pisteen koordinaatit sekä alkuperäisessä että muunnetussa järjestelmässä  $x_1, y_1, x_2, y_2, x'_1, y'_1, x'_2, y'_2$  ovat tiedossa (unohda yllä annetut numeroarvot). Kirjoita *havaintoyhtälöt*, jos tuntemattomina ovat muunnosparametrit  $m, \alpha, t_x$  ja  $t_y$ . Saa olettaa, että parametrit  $m$  ja  $\alpha$  ovat pieniä.

4. Ehtotasointus

- (a) Jos vaaitussilmukka koostuu mitatuista korkeuseroista  $\Delta H_1, \Delta H_2, \dots, \Delta H_n$  niin, että silmukan sulkeutumisehto on

$$\sum_{i=1}^n \Delta H_i = 0,$$

kirjoita pienimmän neliösumman tasoituksen *ehtoyhtälö*

$$B\ell = 0;$$

kirjoita auki kerroinmatriisi B ja vektori  $\ell$ .

- (b) Kirjoita auki pienimmän neliösumman ratkaisu

$$\hat{\ell} = \underline{\ell} - Q_{\ell y} Q_{yy}^{-1} \underline{y},$$

missä  $\underline{y} = B\underline{\ell}$ ,  $Q_{\ell y} = Q_{\ell\ell} B^T$ ,  $Q_{yy} = BQ_{\ell\ell} B^T$ . Oleta, että

$$Q_{\ell\ell} = \begin{bmatrix} m_{\Delta H_1}^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & m_{\Delta H_2}^2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_{\Delta H_n}^2 \end{bmatrix}$$

- (c) Minkä niminen on suure  $\underline{y}$ ?

5. GPS

GPS:n pseudoetäisyshavaintoa kuvaa seuraava kaava:

$$p = \sqrt{(x - X)^2 + (y - Y)^2 + (z - Z)^2} + c(\Delta t - \Delta T),$$

missä  $(x, y, z)^T$  ovat satelliitin (tunnetuiksi oletetut) koordinaatit avaruudessa,  $(X, Y, Z)^T$  ovat GPS-vastaanottimen koordinaatit,  $\Delta t$  on (tunnettu) satelliitin kellovirhe ja  $\Delta T$  on vastaanottimen kellovirhe.

- (a) *Linearisoi* ylläoleva havaintoyhtälö; tuntemattomat ovat  $X, Y, Z$  ja  $\Delta T$ .  
 (b) Montako havaintoja tarvitaan vähintään ratkaisun saamiseksi? Mitkä ovat hyvän havaintogeometrian tuntomerkit?  
 (c) Mikä geometria estää ratkaisun saaminen, vaikka satelliittien määrä olisi riittävä?  
 (d) [Vaikea.] Selosta *normaaliyhtälöiden yhdistäminen* eli pinottaminen, kuten on tapana pysyvien verkkojen GPS-havaintojen kanssa (SINEX-standardi).

**Pisteytys:**

Kysymys	1	2	3	4	5	Yht.
	a b c	a b	a b c	a b c	a b c d	
Pisteet	5	5	5	5	5	25
	2 1 2	3 2	2 1 2	2 2 1	1 1 1 2	

Pisteet	10	12	16	19	23
Arvosana	1	2	3	4	5