

Tentti: Geodesian yleiskurssi 20.10.2003

Funktiolaskin

1. Peruskäsitteet

- (a) Selosta koordinaattijärjestelmän geosentrisyys-käsite. Voidaanko EUREF-89 järjestelmä kutsua geosentriseksi ja miksi/miksei? Miksi geosentriset järjestelmät ovat tärkeitä?
- (b) Monikulmiojono. Piirrä kuuden mittausvälin (seitsemän pisteen) suljettu monikulmiojono (samanpituiset välit) ja lisää pistevirhe-ellipsit ja suhteelliset (pisteiden väliset) virhe-ellipsit
- i. ennen tasoitusta (jatkuva viiva), ja
 - ii. tasoituksen jälkeen (katkoviiva).
- Vain luonnos.* Näytä, että olet ymmärtänyt, miten virheet kulkevat monikulmiojonossa ja miten tasoitus siihen vaikuttaa.
- (c) Mercator, UTM, Gauß-Krüger ovat *konformisia* projektioita. Kuvaa ne kaikki kolme. Mitä konformisuus merkitsee? Missä projektiot ovat mittakaavatarkkoja (jos missään)?

2. Asematasoitus

- (a) Suorita seuraava teodoliitin suuntahavaintojen asematasoitus:

	Tähys	Kulmamuuunnos	Resid. v'	Resid. v
Sarja 1	A	0 00 00	?	?
	B	64 26 54	?	?
	C	95 44 29	?	?
	D	125 45 31	?	?
Sarjan summa, keskiarvo:			?	?
Sarja 2	A	0 00 00	?	?
	B	64 26 35	?	?
	C	95 44 25	?	?
	D	125 45 25	?	?
Sarjan summa, keskiarvo:			?	?
Sarjakeskiarvo:	A	?		
	B	?		
	C	?		
	D	?		

- (b) Asematasoituksen vapausasteiden määrä on $V = (r - 1)(s - 1)$, missä r on suuntien, s sarjojen määrä. Laske *painoyksikön keskivirhe*

$$\sqrt{\frac{\sum v^2}{V}},$$

missä $\sum v^2$ on residuaalien neliösumma.

3. Helmert-muunnos, havaintoyhtälöt

(a) Kaksiulotteisen HELMERT-muunnoksen kaava on

$$\begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \end{bmatrix} = K \cdot \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} t_x \\ t_y \end{bmatrix},$$

missä alaindeksit 1 ja 2 viittaavat alkuperäiseen ja muunnettuun koordinaattijärjestelmään.

Oleta, että mittakaava $K \approx 1$ ja kiertokulma $\alpha \approx 0$ (eli no ovat pieniä muttei tarkasti nolla, siis $\cos \alpha \approx 1$ mutta $\sin \alpha \approx \alpha \neq 0$). Kirjoita yo. kaava lineaariseen havaintoyhtälömuotoon

$$\underline{\ell} = A\underline{x} + \underline{y},$$

missä tuntemattomien vektori \underline{x} koostuu neljästä parametrusta $m = K - 1, \alpha, t_x, t_y$ ja "havainnot" ovat koordinaatti-erot $x_2 - x_1$ ja $y_2 - y_1$. Kirjoita matriisi A auki.

(b) Selosta normaaliyhtälöiden *pinotusta* kun on annettu samojen tuntemattomien \underline{x} kaksi eri havaintoyhtälöryhmää:

$$\begin{aligned} \ell_1 + \underline{v}_1 &= A_1 \underline{x} \\ \ell_2 + \underline{v}_2 &= A_2 \underline{x} \end{aligned}$$

ja havaintovektorit ℓ_1 ja ℓ_2 ovat toisistaan riippumattomia, niiden varianssimatriisit Q_1 ja Q_2 .

4. Datummuunnos ellipsoidilla

Annettuna suorakulmaisten koordinaattien kaava pallo-approksimaatiossa:

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = (R + h) \begin{bmatrix} \cos \varphi \cos \lambda \\ \cos \varphi \sin \lambda \\ \sin \varphi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ Z_0 \end{bmatrix}.$$

Johda differentiaalikaava, joka ilmaistaa suureet (vektori) $[dX \quad dY \quad dZ]^T$ suureisiin (vektoripariin) $[dh \quad d\varphi \quad d\lambda]^T$ ja $[dX_0 \quad dY_0 \quad dZ_0]^T$ (*linearisointi*).

5. Havaintoyhtälöt, linearisointi

Decca-systeemi (yleensä: Hyperbolinen paikannussysteemi) toimii seuraavalla tavalla: Mittauspisteellä P vastaanotetaan signaalit kahdelta tukiasemalta, master M ja slave S , joiden paikat ovat tunnettuja. Mitattava suure ("havaintosuure") on ero mittauspisteen ja tukiasemien välisten etäisyyksien välillä:

$$l = s_{PM} - s_{PS}.$$

- Kirjoita *havaintoyhtälö* ilmaistuna pisteiden P, M, S tasokoordinaatteihin (x, y) .
- Linearisoi* ko. havaintoyhtälö valitsemalla sopivat likiarvot koordinaateille jne. Estimoitavat tuntemattomat ovat *vain* pisteen P koordinaatit x_P, y_P .
- Kirjoita rakennematriisiin A elementit.
- Montako slave-asemia S_i tarvitaan masterin M lisäksi, että pisteen P koordinaatit saataisiin määritetyksi yksiselitteisesti?

Pisteytys:

Kysymys	1	2	3	4	5	Yht.
	a b c	a b	a b		a b c d	
Pisteet	6	4	6	4	5	25
	2 2 2	2 2	3 3	4	2 1 1 1	

Pisteet	10	13	16	19	23
Arvosana	1	2	3	4	5